

OPTIMIZATION OF IDX30 STOCK PORTOFOLIO BASED ON CONDITIONAL VALUE-AT-RISK USING LINEAR PROGRAMMING

OPTIMALISASI PORTOFOLIO SAHAM IDX30 BERBASIS *CONDITIONAL VALUE-AT-RISK* MENGGUNAKAN *LINEAR PROGRAMMING*

Salma Fatimah Az Zahra^{1‡}, Retno Budiarti², and Fendy Septyanto³

^{1,2,3}Division of Economic, Financial, and Actuarial Mathematics
School of Data Science, Mathematics, and Informatics
IPB University, Indonesia

[‡]corresponding author: [salmafathimahazzahra@apps.ipb.ac.id](mailto:salmafatimahazzahra@apps.ipb.ac.id)

Copyright © 2026 Salma Fatimah Az Zahra, Retno Budiarti, Fendy Septyanto. This is an open-access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Abstract

The high volatility of stock prices in the capital market requires the implementation of risk management strategies that maximize the expected end value subject to a Conditional Value-at-Risk (CVaR) constraint using Linear Programming. This study optimizes a portfolio of 22 IDX30 stocks for the 2023–2024 period while considering operational constraints. A total of 483 historical scenarios were generated using the overlapping window method with a 10-day investment horizon. The results indicate that increasing the confidence level (90%, 95%, and 99%) yields a relatively stable portfolio composition. The portfolio is dominated by energy and heavy equipment sector stocks, such as ADRO, PTBA, UNTR, and BRPT, which effectively provide high expected returns while protecting the portfolio from extreme risks. The remaining capital is allocated to low-volatility stocks, such as INDF, BMRI, and BBCA, to maintain portfolio stability. Overly strict risk tolerance limits cause the model to become infeasible, necessitating adjustments to risk tolerance. The CVaR-LP model is effective in balancing expected returns and extreme risks.

Keywords: Conditional Value-at-risk, Linear Programming, IDX30, Portfolio Optimization, Transaction Costs

Abstrak

Fluktuasi harga yang tinggi pada pasar modal menuntut penerapan strategi manajemen risiko dengan memaksimalkan *expected end value* dengan kendala *Conditional Value-at-Risk* melalui *Linear Programming*. Penelitian ini bertujuan mengoptimalkan portofolio 22 saham IDX30 periode 2023–2024 dengan mempertimbangkan batasan operasional. Sebanyak 483 skenario historis dibentuk menggunakan metode *overlapping window* dengan horizon investasi 10 hari kerja. Hasil penelitian menunjukkan bahwa peningkatan tingkat kepercayaan (90%, 95%, dan 99%) menghasilkan komposisi portofolio yang relatif stabil. Portofolio secara konsisten didominasi oleh saham sektor energi dan alat berat seperti ADRO, PTBA, UNTR, dan BRPT yang efektif melindungi portofolio dari risiko ekstrem sekaligus memberikan *expected return* tinggi. Sisa modal dialokasikan pada saham bervolatilitas rendah seperti INDF, BMRI, dan BBKA guna menjaga stabilitas portofolio. Selain itu, batas toleransi risiko yang terlalu ketat dapat menyebabkan status model menjadi *infeasible*, sehingga mutlak diperlukan penyesuaian toleransi secara bertahap. Kesimpulannya, model CVaR-LP sangat efektif sebagai alat pengambil keputusan dalam menyeimbangkan target *expected return* dan mitigasi risiko ekstrem.

Kata Kunci: *Conditional Value-at-risk, Linear Programming, IDX30, Optimasi Portofolio, Biaya Transaksi.*

1. Pendahuluan

Perkembangan pasar saham Indonesia yang dinamis membutuhkan pengelolaan portofolio yang optimal untuk menyeimbangkan peluang keuntungan dengan tingkat risiko yang bisa diterima. Konsep optimasi portofolio pertama kali diperkenalkan oleh Markowitz dengan pendekatan *mean-variance* yang mengukur tingkat risiko menggunakan varians. Risiko diukur melalui varians atau standar deviasi *return* portofolio yang menggambarkan tingkat fluktuasi nilai investasi terhadap rata-ratanya (Bodie et al., 2024). Namun, pengukuran risiko yang hanya bergantung pada varians dapat mengabaikan potensi kerugian ekstrem pada bagian ekor distribusi (*tail risk*). Sementara itu, kondisi pasar saham Indonesia menunjukkan bahwa distribusi *return* saham memiliki tingkat *skewness* dan *kurtosis* yang tinggi, sehingga risiko ekstrem tidak dapat sepenuhnya dijelaskan oleh model berbasis varians (Agustina et al., 2022).

Sebagai alternatif dalam mengelola risiko ekstrem, pendekatan *Value-at-Risk* (VaR) dikembangkan untuk mengestimasi batas kerugian maksimum portofolio pada tingkat kepercayaan tertentu (Jorion 2022). Meskipun penggunaannya luas, VaR memiliki kelemahan karena tidak memberikan informasi mengenai besarnya kerugian setelah melampaui

batas tersebut (*tail losses*). Di samping itu, VaR tidak memenuhi sifat *subadditivity* sehingga tidak dapat dikategorikan sebagai ukuran risiko yang koheren (McNeil *et al.*, 2025). Guna melengkapi kelemahan tersebut, *Conditional Value-at-Risk* (CVaR) diperkenalkan sebagai ukuran risiko koheren yang mampu mengukur rata-rata kerugian di luar ambang batas VaR pada tingkat kepercayaan tertentu (Bodnar *et al.*, 2024). Studi oleh Martin *et al.*, (2024) juga menegaskan bahwa model CVaR menghasilkan estimasi kerugian ekstrem yang lebih akurat dibandingkan VaR, khususnya pada portofolio saham di Bursa Efek Indonesia (Nurnisaa dan Rusyn 2024).

Dalam tahap implementasinya, Rockafellar dan Uryasev (2000) mengembangkan pendekatan optimasi portofolio berbasis CVaR dengan memanfaatkan metode *Linear Programming* (LP). Pendekatan ini memungkinkan analisis hubungan antara risiko dan *return* dilakukan secara efisien tanpa memerlukan asumsi tertentu mengenai distribusi *return*. Selanjutnya, Krokhmal *et al.*, (2001) memperluas model ini dengan menambahkan berbagai batasan operasional ke dalam sistem linear agar penerapannya lebih realistis dengan kondisi pasar. Parameter operasional yang diintegrasikan mencakup pembebanan biaya transaksi untuk menyesuaikan hasil optimasi dengan beban biaya di pasar modal (Fadhila *et al.*, 2024), serta penerapan batasan nilai alokasi maksimum untuk menurunkan risiko konsentrasi pada portofolio.

Karakteristik fluktuatif serta tidak normalnya distribusi *return* di pasar saham Indonesia menjadikan penerapan metode pengukuran risiko berbasis CVaR menjadi relevan. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk menerapkan maksimisasi *expected end value* dengan kendala *Conditional Value-at-Risk* melalui *Linear Programming*. Model ini dikembangkan dengan mempertimbangkan batasan operasional serta variasi tingkat kepercayaan untuk membentuk portofolio yang optimal.

2. Metodologi

2.1 Bahan dan Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder berupa *daily adjusted closing price* pada saham konstituen indeks IDX30 yang diperoleh melalui *Yahoo Finance* untuk periode pengamatan dari 1 Februari 2023 hingga 28 Februari 2025. Setelah dilakukan penyaringan emiten tidak aktif dan penyelarasan kalender perdagangan, diperoleh rentang observasi seragam sebanyak 493 hari perdagangan untuk setiap saham. Informasi pendukung seperti kode saham, nama perusahaan, dan tanggal pencatatan diperoleh melalui situs resmi Bursa Efek Indonesia (BEI).

2.2 Metode Penelitian

Model optimasi dalam penelitian ini menerapkan maksimisasi *expected end*

value dengan kendala *Conditional Value-at-Risk* melalui *Linear Programming*. Guna memudahkan proses komputasi, tahapan pemodelan disusun secara berurutan mulai dari formulasi batas risiko yang diusulkan oleh Rockafellar dan Uryasev (2000), hingga penyusunan model optimasi beserta kendala operasionalnya yang diperluas oleh Krokhmal et al. (2001).

Pengukuran risiko portofolio dalam penelitian ini diawali dengan mengidentifikasi ambang batas *Value-at-Risk* (VaR). Menurut Rockafellar dan Uryasev (2000), fungsi distribusi kumulatif kerugian portofolio didefinisikan sebagai:

$$\Psi(x, \zeta) = \int_{f(x, y) \leq \zeta} p(y) dy, \quad (1)$$

fungsi $f(x, y)$ adalah fungsi kerugian portofolio pada keputusan investasi x dan skenario pasar y , sedangkan $p(y)$ merupakan fungsi kepekatian peluang dari skenario tersebut. Nilai α -VaR dari portofolio disimbolkan dengan $\zeta_\alpha(x)$ yang merupakan kuantil dari distribusi kerugian, yaitu:

$$\zeta_\alpha(x) = \min\{\zeta \in \mathbb{R}: \Psi(x, \zeta) \geq \alpha\}. \quad (2)$$

Nilai estimasi VaR (ζ) ini berfungsi untuk memberikan batas nilai kerugian maksimum yang tidak akan terlewati dengan probabilitas sebesar α . Namun, mengingat ukuran VaR memiliki kelemahan karena tidak memberikan informasi mengenai besarnya kerugian setelah melampaui batas tersebut (*tail losses*), pemodelan dilanjutkan menggunakan ukuran risiko CVaR. Secara matematis, Rockafellar dan Uryasev (2000) mendefinisikan α -CVaR ($\phi_\alpha(x)$) sebagai:

$$\phi_\alpha(x) = \frac{1}{1 - \alpha} \int_{f(x, y) \geq \zeta_\alpha(x)} f(x, y) p(y) dy, \quad (3)$$

dalam praktiknya, perhitungan optimasi langsung pada fungsi ini sangat sulit diselesaikan karena bersifat *non-convex*. Guna menghindari hal tersebut, Rockafellar dan Uryasev (2000) mengkarakterisasi pendekatan fungsi objektif baru (*auxiliary function*) yang menjadikan ζ sebagai variabel bebas sehingga fungsinya bersifat konveks, yaitu:

$$F_\alpha(x, \zeta) = \zeta + \frac{1}{1 - \alpha} \int [f(x, y) - \zeta]_+ p(y) dy. \quad (4)$$

Pendekatan ini menjamin keberadaan minimum global sehingga model secara bersamaan akan menemukan bobot portofolio yang meminimalkan CVaR sekaligus variabel ζ secara otomatis akan mewakili nilai VaR dari portofolio tersebut.

Selanjutnya, distribusi kontinu $p(y)$ dalam fungsi konveks di atas diaproksimasi menjadi sistem diskret karena menggunakan data *return* historis aktual. Distribusi diaproksimasi dengan sejumlah skenario diskret y_j berjumlah J menggunakan metode *overlapping window* dengan horizon

investasi 10 hari perdagangan ($\Delta t = 10$). Proyeksi harga akhir instrumen i pada skenario ke- j (y_{ij}) serta *expected end value* ($\mathbb{E}[y_i]$) dihitung menggunakan persamaan:

$$y_{ij} = q_i \frac{p_i^{t_j + \Delta t}}{p_i^{t_j}}, \quad (5)$$

$$\mathbb{E}[y_i] = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J y_{ij}. \quad (6)$$

Diketahui q_i menyatakan harga pasar awal aset i dan $p_i^{t_j}$ harga penutupan hari di waktu t_j . Dengan asumsi seluruh skenario memiliki peluang yang sama ($\pi_j = 1/J$), fungsi ekspektasi CVaR diskretnya dapat ditulis sebagai (Rockafellar dan Uryasev 2000; Krokhmal et al., 2001):

$$\tilde{F}_\alpha(x, \zeta) = \zeta + \frac{1}{1-\alpha} \sum_{j=1}^J \pi_j [f(x, y) - \zeta]_+ = \zeta + \frac{1}{1-\alpha} \sum_{j=1}^J \pi_j z_j, \quad (7)$$

bentuk fungsi *non-linear* ini kemudian diubah menjadi sistem linear (linearisasi), Variabel z_j menangkap besaran kerugian positif di atas ambang batas VaR (ζ) pada tiap skenarionya, yang memiliki kendala $z_j \geq \sum_{i=1}^n (-y_{ij}x_i + q_i x_i^0) - \zeta$ dan $z_j \geq 0$.

Berdasarkan reformulasi linear tersebut, Krokhmal et al., (2001) menyusun formulasi *Linear Programming* secara menyeluruh. Misalkan portofolio terdiri dari n aset dengan jumlah unit awal disimbolkan $x^0 = (x_1^0, \dots, x_n^0)^T$ dan $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ adalah keputusan investasi baru yang ingin dicapai. Fungsi objektif diatur untuk memaksimalkan *expected end value* yang ekuivalen dengan meminimalkan *return* negatif. Formulasi optimasi *Linear Programming* beserta seluruh kendala operasionalnya dituliskan sebagai berikut:

$$\min_{x, \zeta} \sum_{i=1}^n -\mathbb{E}[y_i]x_i, \quad (8)$$

dengan Kendala:

$$\zeta + \frac{1}{1-\alpha} \sum_{j=1}^J \pi_j z_j \leq \omega \sum_{k=1}^n q_k x_k^0, \quad (9)$$

$$z_j \geq \sum_{i=1}^n (-y_{ij}x_i + q_i x_i^0) - \zeta, \quad z_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, J, \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^n q_i x_i^0 = \sum_{i=1}^n c_i q_i (u_i^+ + u_i^-) + \sum_{i=1}^n q_i x_i, \quad (11)$$

$$x_i - x_i^0 = u_i^+ - u_i^-, \quad i = 1, \dots, n, \quad (12)$$

$$q_i x_i \leq v_i \sum_{k=1}^n q_k x_k, \quad i = 1, \dots, n, \quad (13)$$

$$0 \leq u_i^- \leq \underline{u}_i^-, \quad 0 \leq u_i^+ \leq \bar{u}_i^+, \quad i = 1, \dots, n, \quad (14)$$

$$\underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i, \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (15)$$

Penyelesaian fungsi objektif utama di atas harus memenuhi seluruh kendala operasional pasar. Pertama, kendala risiko CVaR digunakan untuk membatasi tingkat risiko portofolio agar tidak melebihi batas toleransi yang ditentukan (ω) yang merupakan persentase dari nilai awal portofolio $q^T x^0$. Kendala ini merujuk pada fungsi kerugian yang diformulasikan oleh Krokmal *et al.*, (2001) sebagai $f(x, y) = -y^T x + q^T x^0$ yang menunjukkan selisih nilai awal dan nilai akhir portofolio investasi. Selanjutnya, terdapat kendala biaya transaksi yang menjadi koreksi keseimbangan nilai portofolio untuk menyesuaikan efek beban biaya akibat aktivitas transaksi (c_i) (Fadhila *et al.*, 2024). Menurut Krokmal *et al.* (2001), variabel u_i^+ dan u_i^- memungkinkan pemodelan aktivitas pembelian dan penjualan secara terpisah sehingga model menjadi lebih realistis.

Model ini juga menyertakan kendala batasan nilai yang tujuannya agar tidak terjadi konsentrasi risiko yang ekstrem pada satu instrumen saja. Kendala ini dirumuskan oleh Krokmal *et al.*, (2001) melalui penggunaan variabel v_i menetapkan batas maksimum proporsi nilai portofolio yang diperbolehkan untuk aset i , yang dalam penelitian ini dibatasi sebesar 20%. Selain itu, perubahan posisi dibatasi melalui kendala likuiditas untuk mengatur besarnya perubahan posisi investasi pada setiap aset agar stabil, tidak terlalu fluktuatif, serta tetap adaptif dan realistis terhadap kapasitas keterbatasan likuiditas pasar (Krokmal *et al.*, 2001; Yusnia dan Purwatiningsih 2025). Terakhir, model ini menerapkan kendala *no short-selling* untuk memastikan batas proporsi bobot alokasi baru (x_i) bernilai non-negatif ($x_i \geq 0$), karena pada penerapan ini Krokmal *et al.*, (2001) mengasumsikan investor tidak mengambil posisi *short* dalam strategi investasinya.

Sebagai tahap akhir, model CVaR-LP diterapkan secara iteratif menggunakan variasi kombinasi parameter tingkat kepercayaan α (90%, 95%, 99%), toleransi risiko ω (2%–10%), serta biaya transaksi c (0%, 0.25%, 1%). Hasil optimasi tersebut kemudian digunakan untuk menampilkan konfigurasi bobot aset portofolio yang optimal dan grafik kurva *efficient frontier*.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Pra-pemrosesan Data dan Pembentukan Skenario Historis

Penelitian ini diawali dengan mengekstraksi data 39 emiten yang pernah

tergabung dalam Indeks IDX30 selama periode 1 Februari 2023 hingga 28 Februari 2025. Setelah melalui proses penyaringan kelengkapan data historis, diperoleh 22 emiten yang memiliki rentang observasi seragam sebanyak 493 hari perdagangan. Berdasarkan hal tersebut, probabilitas pergerakan harga saham diterapkan menggunakan metode *overlapping window* dengan menetapkan horizon investasi selama 10 hari perdagangan ($\Delta t = 10$). Jendela pengamatan ini kemudian digeser sebanyak satu hari secara berurutan di sepanjang periode observasi. Secara mekanis, skenario pertama dibentuk dari data harga hari ke-1 hingga hari ke-10, skenario kedua bergeser ke hari ke-2 hingga hari ke-11, dan seterusnya. Mekanisme pergeseran yang saling tumpang tindih (*overlapping*) ini berhasil mengekstraksi total 483 skenario pengamatan ($J = 483$). Jumlah ini merupakan batas maksimum rentang 10-harian yang dapat dibentuk tanpa melampaui batas data observasi pada hari terakhir (hari ke-493).

Tabel 1: Ringkasan harga awal (q_i) dan *expected end value* ($\mathbb{E}(y_i)$).

Kode Saham	q_i	$\mathbb{E}(y_i)$	Kode Saham	q_i	$\mathbb{E}(y_i)$
ADRO	1764.92	1786.68	GOTO	76.00	75.87
AMRT	2161.49	2157.77	INCO	2916.10	2868.74
ANTM	1547.93	1544.22	INDF	7340.49	7379.77
ARTO	1895.00	1889.50	KLBF	1113.52	1101.70
ASII	4226.47	4229.02	MDKA	1455.00	1431.04
BBCA	7871.62	7887.21	MEDC	989.72	991.92
BBNI	3666.17	3673.17	PGAS	1382.21	1391.01
BBRI	3105.68	3105.16	PTBA	2324.75	2341.30
BMRI	4150.20	4164.49	SMGR	2500.68	2458.39
BRPT	800.00	806.87	TLKM	2308.20	2296.95
CPIN	4332.16	4318.74	UNTR	20683.06	20854.38

Berdasarkan skenario yang dibentuk, ringkasan pada Tabel 1 menunjukkan adanya variasi proyeksi *expected end value* pada masing-masing instrumen. Penggunaan horizon investasi selama 10 hari menjadi cukup representatif untuk menggambarkan potensi kerugian ekstrem (*tail-loss*) pada kondisi pasar yang fluktuatif, sekaligus mengurangi pengaruh fluktuasi jangka pendek yang umumnya muncul pada pengamatan harian.

3.2 Karakteristik Distribusi Harga dan Indikasi Risiko Ekstrem (*Fat-Tailed*)

Setelah proyeksi harga akhir setiap instrumen diperoleh untuk seluruh 483 skenario, analisis statistik deskriptif dilakukan untuk menggambarkan karakteristik data, khususnya tingkat volatilitas serta potensi terjadinya kerugian ekstrem pada masing-masing instrumen.

Tabel 2: Statistik deskriptif harga akhir skenario10-hari (y_{ij}).

Kode Saham	Mean	Min	Max	Skewness	Kurtosis
ADRO	1786.67	1410.74	2189.18	-0.28966	3.68644
AMRT	2157.77	1603.22	2450.61	-0.71298	5.71185
ANTM	1544.22	1278.49	1863.04	0.24975	2.98754
ARTO	1889.50	1419.32	3032.00	1.15627	5.45985
ASII	4229.02	3771.31	4814.97	0.40729	3.17529
BBCA	7887.21	7255.41	8697.92	0.17619	3.13693
BBNI	3637.17	3148.59	4234.30	-0.35119	2.97172
BBRI	3105.16	2621.20	3517.18	-0.27241	3.42025
BMRI	4164.49	3279.83	4695.84	-0.65556	4.63685
BRPT	806.87	585.76	1451.85	1.95818	10.19281
CPIN	4318.74	3795.27	4966.67	0.21511	2.70727
GOTO	75.87	54.29	107.21	0.36595	3.52317
INCO	2868.74	2268.96	3645.12	0.10045	4.35046
INDF	7379.77	6711.94	8052.44	0.09151	2.81145
KLBF	1101.70	969.11	1236.65	-0.17765	2.88547
MDKA	1431.04	1084.55	1869.98	0.37846	3.32485
MEDC	991.92	736.76	1438.34	0.86791	5.57147
PGAS	1391.01	1153.28	1673.53	0.20185	4.33705
PTBA	2341.30	1913.84	2945.42	0.43756	4.75339
SMGR	2458.39	2009.32	2878.69	-0.23053	3.35847
TLKM	2296.95	1905.74	2579.75	-0.63641	3.37897
UNTR	20854.38	17534.08	25042.25	0.22772	3.41416

Hasil komputasi pada Tabel 2 menunjukkan indikasi kuat mengenai keberadaan nilai ekstrem pada pergerakan harga saham kelompok IDX30. Sejumlah emiten memiliki nilai minimum proyeksi harga yang melenceng jauh dari nilai rata-ratanya. Hal ini dibuktikan oleh parameter keruncingan kurva atau *kurtosis*. Beberapa instrumen mencatatkan nilai *kurtosis* yang relatif tinggi, seperti BRPT sebesar 10.19, diikuti AMRT sebesar 5.71, MEDC sebesar 5.57, dan ARTO sebesar 5.46. Sementara itu, emiten berkapitalisasi besar seperti ADRO, ASII, BBCA, BBRI, BMRI, dan PTBA berada pada rentang *kurtosis* 3 hingga 5. Nilai *kurtosis* yang secara umum melebihi angka 3 menunjukkan bahwa distribusi harga saham pada pasar Indonesia cenderung bersifat *fat-tailed* (Hilmi *et al.*, 2022). Karakteristik ini mengindikasikan bahwa peluang terjadinya penurunan harga atau kerugian ekstrem lebih besar dibandingkan asumsi pada distribusi normal. Oleh karena itu, penggunaan model optimasi berbasis CVaR menjadi relevan karena mampu menangkap risiko kerugian pada bagian ekor distribusi secara lebih baik.

3.3 Kelayakan Solusi Pemodelan Matematis (Feasibility)

Penelitian Dalam menentukan kombinasi bobot portofolio yang optimal, model optimasi dijalankan secara iteratif melalui 81 kombinasi parameter. Kombinasi tersebut diperoleh dari variasi tiga tingkat kepercayaan α (90%, 95%, dan 99%), sembilan batas toleransi risiko ω (2% hingga 10%), serta tiga skenario biaya transaksi c (0%, 0,25%, dan 1%). Variasi parameter ini digunakan untuk mengevaluasi sensitivitas hasil optimasi terhadap perubahan preferensi risiko dan biaya transaksi.

Tabel 3: Ringkasan status kelayakan solusi portofolio.

Status Optimasi	Jumlah Kombinasi	Persentase
<i>Success (Feasible)</i>	52	64.20%
<i>Error (Infeasible)</i>	29	35.80%

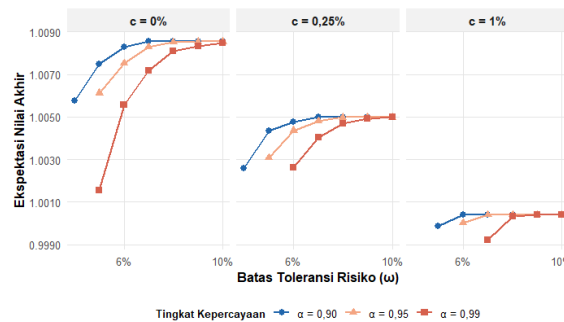
Merujuk pada Tabel 3, hasil komputasi menunjukkan bahwa dari 81 kombinasi parameter yang diuji, sebanyak 52 kombinasi menghasilkan solusi *feasible* (64,20%), sedangkan 29 kombinasi lainnya berstatus *infeasible* (35.80%). Kondisi *infeasible* muncul sebagai konsekuensi dari pembatasan parameter yang semakin ketat dalam model optimasi. Kondisi *infeasible* terjadi ketika model tidak mampu menemukan kombinasi bobot aset yang dapat memenuhi batas toleransi Risiko (CVaR) sebesar ω yang telah ditetapkan. Situasi ini umumnya muncul pada kombinasi parameter dengan batas risiko yang sangat ketat, seperti ω sebesar 2% atau 3%, bersamaan dengan α yang tinggi, khususnya 99%. Pada tingkat kepercayaan tersebut, perhitungan CVaR hanya berfokus pada sebagian kecil skenario terburuk, sehingga estimasi kerugian ekstrem portofolio menjadi lebih besar. Akibatnya, batas toleransi risiko yang terlalu rendah tidak lagi dapat dipenuhi oleh kombinasi portofolio yang tersedia, sehingga model menghasilkan status *infeasible*.

3.4 Kurva *Efficient Frontier* dan Dampak Biaya Transaksi

Evaluasi hubungan antara *expected end value* dan risiko portofolio dilakukan melalui pembentukan kurva *efficient frontier*. Kurva ini merepresentasikan himpunan portofolio optimal yang menghasilkan nilai *expected end value* tertinggi pada setiap tingkat batas toleransi risiko (ω) yang ditetapkan. Hasil pengujian menunjukkan bahwa penerapan batasan operasional berupa biaya transaksi memberikan pengaruh yang cukup kuat terhadap bentuk dan posisi kurva batas efisien tersebut.

Berdasarkan Gambar 1, penambahan biaya transaksi sebesar 0.25% dan 1% menyebabkan kurva *efficient frontier* bergeser ke bawah dibandingkan skenario tanpa biaya transaksi ($c = 0\%$). Pergeseran ini menunjukkan bahwa biaya transaksi menurunkan *expected end value* yang dapat dicapai pada setiap tingkat risiko karena sebagian dana investasi dan hasil likuidasi aset terserap selama proses pembentukan maupun penyesuaian portofolio. Keberadaan biaya transaksi juga mendorong model optimasi mengurangi intensitas perubahan komposisi portofolio untuk

menekan akumulasi biaya, sehingga alokasi aset cenderung disusun lebih konservatif agar batas risiko tetap terpenuhi. Akibatnya, potensi *expected end value* menjadi lebih rendah, sebagaimana tercermin pada penurunan posisi kurva *efficient frontier*. Meskipun demikian, kurva tetap menunjukkan pola meningkat dari kiri bawah ke kanan atas yang mengindikasikan adanya *trade-off* antara risiko dan *return*, yaitu peningkatan potensi keuntungan diikuti oleh toleransi risiko yang lebih besar.



Gambar 1: Grafik kurva *efficient frontier* untuk berbagai tingkat biaya transaksi.

3.5 Dinamika Komposisi Bobot Aset pada Portofolio Optimal

Pergerakan titik-titik optimal di sepanjang kurva *efficient frontier* menunjukkan perubahan komposisi alokasi saham dalam portofolio. Hasil analisis menunjukkan adanya pola penyesuaian yang konsisten seiring meningkatnya batas toleransi risiko. Ketika toleransi risiko menjadi lebih besar, model optimasi cenderung mengurangi proporsi saham dengan karakteristik lebih defensif dan mengalihkan alokasi ke saham-saham yang memiliki potensi *expected end value* lebih tinggi, meskipun disertai tingkat volatilitas yang lebih besar. Dari 22 emiten IDX30 yang dianalisis, model hanya memilih sekitar 8 hingga 10 saham dalam setiap kombinasi portofolio optimal. Ketika batas toleransi risiko diperlonggar ($\omega \geq 0.08$), beberapa emiten mulai mencapai batas maksimum alokasi sebesar 20% yang ditetapkan dalam model. Emiten yang paling sering mencapai batas tersebut antara lain ADRO, PTBA, UNTR, dan BRPT. Dominasi alokasi pada saham-saham tersebut menunjukkan bahwa emiten terkait memiliki kombinasi *return* dan risiko yang relatif lebih optimal dibandingkan saham lainnya dalam periode pengamatan.

3.6 Profil Portofolio Skenario Agresif, Moderat, dan Konservatif

Pembahasan alokasi portofolio difokuskan pada skenario dengan biaya transaksi sebesar 0.25%, karena dinilai paling mendekati rata-rata biaya transaksi yang umum terjadi di Bursa Efek Indonesia. Pendekatan ini dipilih agar hasil optimasi lebih realistis untuk diterapkan dalam aktivitas investasi. Struktur alokasi portofolio kemudian dianalisis berdasarkan tiga profil risiko

investor, yaitu agresif, moderat, dan konservatif. Profil konservatif menggunakan α sebesar 99% untuk memberikan perlindungan yang lebih ketat terhadap potensi kerugian ekstrem, sedangkan profil moderat dan agresif masing-masing menggunakan α sebesar 95% dan 90% dengan toleransi risiko yang relatif lebih longgar terhadap fluktuasi pasar.

Tabel 4: Komposisi bobot aset portofolio optimal dengan biaya transaksi 0.25%.

Kode Saham	Agresif $\alpha = 0.90$; $\omega = 0.09$	Moderat $\alpha = 0.95$; $\omega = 0.10$	Konservatif $\alpha = 0.99$; $\omega = 0.10$
ADRO	20.00%	20.00%	20.00%
PTBA	20.00%	20.00%	17.42%
UNTR	20.00%	20.00%	20.00%
BRPT	20.00%	20.00%	20.00%
INDF	4.56%	4.56%	4.56%
BMRI	4.56%	4.56%	4.56%
PGAS	4.56%	4.56%	4.56%
MEDC	4.56%	4.56%	4.56%
BBCA	1.76%	1.76%	4.34%
TOTAL	100.00%	100.00%	100.00%

Analisis komposisi pada Tabel 4 menunjukkan pentingnya diversifikasi yang terbentuk melalui penerapan batasan dalam model optimasi. Tanpa pembatasan alokasi, model cenderung memusatkan dana pada saham dengan potensi *return* tinggi meskipun memiliki volatilitas besar. Batas maksimum alokasi sebesar 20% membuat distribusi dana lebih tersebar sehingga ketergantungan pada satu saham atau sektor dapat dikurangi. Akibatnya, risiko penurunan nilai portofolio akibat pelemahan sektor tertentu dapat ditekan. Sisa alokasi dari saham sektor energi kemudian dialihkan ke emiten berkapitalisasi besar yang lebih defensif, seperti INDF, BBCA, dan BMRI, yang berperan sebagai penyeimbang karena pergerakannya relatif lebih stabil. Kombinasi saham berpotensi *return* tinggi dan saham defensif tersebut membantu menjaga kestabilan portofolio sehingga *expected end value* dapat ditingkatkan tanpa membuat estimasi kerugian pada skenario terburuk melampaui batas toleransi risiko yang ditetapkan.

4. Simpulan dan Saran

Penerapan model optimasi pada portofolio saham IDX30 menunjukkan efektivitas dalam mengendalikan risiko kerugian ekstrem, sejalan dengan karakteristik distribusi *return* saham yang cenderung *fat-tailed*. Dari 81 kombinasi parameter yang diuji, model menghasilkan 52 solusi *feasible* dan 29 solusi *infeasible* akibat batas toleransi risiko yang terlalu ketat pada

tingkat kepercayaan tinggi serta pengaruh biaya transaksi. Hasil optimasi menunjukkan bahwa portofolio optimal umumnya terdiri atas 8-10 emiten, dengan alokasi dominan pada saham sektor energi dan alat berat seperti ADRO, PTBA, dan UNTR yang memiliki potensi *expected end value* tinggi, kemudian diseimbangkan menggunakan saham defensif seperti INDF, BBCA, dan BMRI agar estimasi kerugian tetap berada dalam batas toleransi risiko.

Penelitian selanjutnya dapat menggunakan horizon investasi yang lebih panjang, menerapkan metode pembobotan seperti eksponensial, serta membandingkan CVaR-LP dengan model optimasi portofolio lainnya.

Daftar Pustaka

- Agustina D, Sari DP, Winanda RS, Hilmi MR, Fakhriyana D. (2022). Comparison of portfolio mean-variance method with the mean-variance-skewness-kurtosis method in Indonesia stocks. *Eksakta: Berkala Ilmiah Bidang MIPA*. 23(2): 88–97.
- Bodie Z, Kane A, Marcus, AJ. (2024). *Investments*. 13th ed. McGraw-Hill Education.
- Bodnar T, Niklasson V, Thorsén E. (2024). Volatility-sensitive Bayesian estimation of portfolio value-at-risk and conditional value-at-risk. *The Journal of Risk*. 26 (4): 1-29.
- Fadhila SON, Abadi AM, Setiawan EP. (2024). Determination of optimal portfolio by calculating transaction costs using genetic algorithms on the Jakarta Islamic Index. *Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika*. 8(1): 298–311.
- Hilmi MR, Nuryusari D, Syahputra A. (2022). Pemanfaatan skewness dan kurtosis dalam menentukan harga opsi beli asia. *Quadratic: Journal of Innovation and Technology in Mathematics and Mathematics Education*. 2(1): 1–24
- Jorion P. (2022). *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. 4th ed. McGraw-Hill Education.
- Krokhmal P, Palmquis J, Uryasev S. (2001). Portfolio optimization with conditional value-at-risk objective and constraints. *Journal of Risk*, 4(2), 43–68.
- Martín J, Parra MI, Pizarro MM, Sanjuán EL. (2024). A new Bayesian method for estimation of value at risk and conditional value at risk. *Empirical Economics*. 68(3): 1171–1189.
- McNeil AJ, Frey R, Embrechts P. (2025). *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools*. Revised ed. Princeton University Press.

- Nurnisaa AS, Rusyn V. (2024). Risk measurement of investment portfolio using VaR and CVaR from the top 10 traded stocks on the IDX. *International Journal of Quantitative Research and Modeling*. 5(1): 12–19.
- Rockafellar RT, Uryasev S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2(3): 21-41.
- Yusnia E, Purwatiningsih. (2025). Pengaruh likuiditas, profitabilitas, dan risiko sistematis terhadap return saham pada perusahaan energi di Bursa Efek Indonesia periode 2021–2024. *Pusat Publikasi Ilmu Manajemen*. 3(4): 27–40.